

LE CORRENTI IN PRESSIONE

MOTO UNIFORME E MOTO PERMANENTE (\*)

12.1 - Distribuzione delle tensioni e pendenza motrice nel moto uniforme.

Il movimento uniforme è un particolare moto permanente nel quale le velocità (medie temporali, se il regime è turbolento) sono indipendenti dalla coordinata spaziale nella direzione del moto. Uniforme è dunque il moto permanente di una corrente cilindrica di fluido incompressibile, in particolare il moto permanente di un liquido in un tubo di sezione costante.

Per determinare la distribuzione delle tensioni tangenziali, all'interno di una corrente uniforme, consideriamo un condotto cilindrico ed in esso una superficie chiusa equidistante dal contorno (nella fig. 12.1 la sezione del condotto si è assunta circolare, ma il procedimento che segue vale

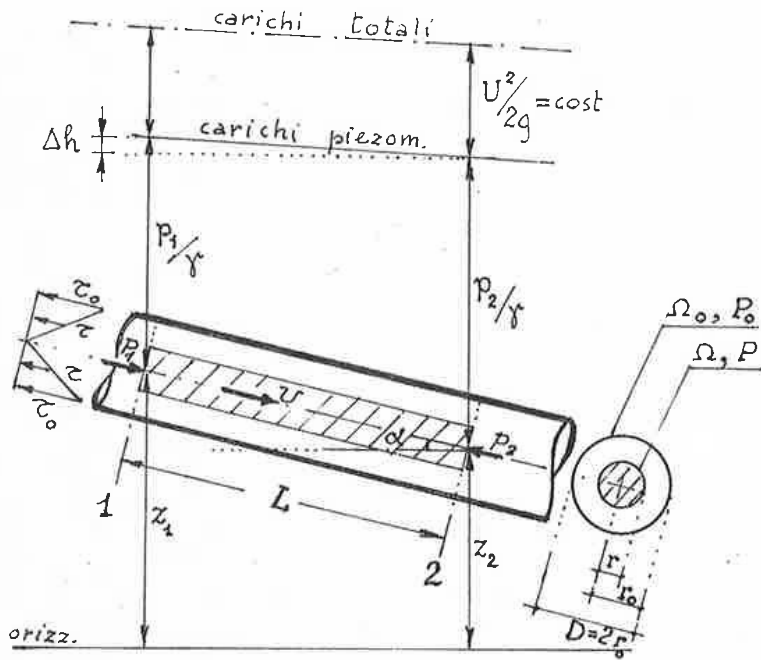


Fig. 12.1

per una sezione qualsiasi). La massa racchiusa dalla superficie interna nel tronco lungo  $L$ , di sezione  $\Omega$  e perimetro bagnato  $P$ , è in equilibrio dinamico, nella direzione del moto, sotto l'azione delle seguenti forze: (a) la risultante delle tensioni tangenziali sul contorno  $\tau P L$  ( $\tau$  ha un valore  $\text{cost}$  sul contorno  $P$ , se la sez. è circolare o rettangolare  $\omega$  larga; rappresenta il valor medio della tensione su  $P$  se la sezione ha forma diversa dalle predette), (b) la componente del peso  $\gamma \Omega L \sin \alpha$ , (c) la risultante delle pressioni normali agenti sulle sezioni 1 e 2, sulle quali si può ritenere "idrostatica" la distribuzione di  $p$ ; quindi la risultante vale  $(p_1 - p_2) \Omega$ , essendo  $p_1$  e  $p_2$  i valori di  $p$  nei baricentri delle due sezioni. Dalla

(\*) - Stesura del prof.ing. Enrico Marchi

$$(12.1) \quad \tau PL = \gamma \Omega L \sin \alpha + (p_1 - p_2) \Omega = \\ = \gamma \Omega \left( L \frac{z_1 - z_2}{L} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)$$

indicando con  $h_i = z_i + p_i/\gamma$  (con  $i = 1, 2$ ) i carichi piezometrici, costanti nelle sez. 1 e 2, segue

$$(12.2) \quad \frac{\tau P}{\gamma \Omega} = \frac{h_1 - h_2}{L} = \text{cost} \quad \text{per l'uniformità del moto.}$$

Il II° membro rappresenta la perdita di carico piezometrico per unità di lunghezza della corrente, detta anche pendenza motrice  $i$ . In generale vale la definizione

$$(12.3) \quad \boxed{i = - dh/ds}$$

con  $ds$  = elemento di lunghezza nella direzione del moto. Nel moto uniforme  $i = \text{cost}$  e coincide con la perdita di carico totale  $j = - dH/ds$  per unità di lunghezza della corrente (perchè è necessariamente cost l'altezza cinetica).

Dalla (12.2) segue

$$(12.4) \quad \tau = \gamma i (\Omega/P) = \gamma i R$$

avendo indicato con  $R = [\text{area della sezione/perimetro bagnato}]$  il raggio idraulico della sezione  $\Omega$ .

Analogamente, per la sezione completa  $\Omega_0$ , di raggio idraulico  $R_0$ , si ha

$$(12.5) \quad \tau_0 = \gamma i (\Omega_0/P_0) = \gamma i R_0$$

da cui deriva la variazione lineare delle tensioni

$$(12.6) \quad \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{R}{R_0}$$

Per la sezione circolare è  $R_0 = r_0/2 = D/4$ ;

per la sezione rett. infinitamente larga  $R_0 = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{b y_0}{2(b + y_0)} = \frac{y_0}{2}$  e quindi la (12.6)

diventa (v. fig. 12.2)

per sez. circ.  $\tau/\tau_0 = r/r_0$ ; per sez.  $\infty$  larga  $\tau/\tau_0 = 1 - y/y_0$

(Cfr. Appendice 5 al cap. 10).

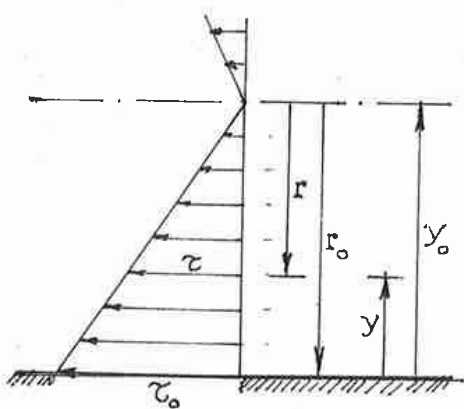


Fig. 12.2

12.2 - L'equazione del moto uniforme

Nel cap. 3, come applicazione del teorema  $\Pi$ , si è ricavata l'espressione (3.10) della resistenza  $F_1$  al moto uniforme con velocità  $U$ , in un tronco di condotta di diametro  $D$  e di lunghezza unitaria

$$(12.7) \quad F_1 = \zeta U^2 D \cdot \varphi(\text{Re}, r_s)$$

con  $\text{Re} = UD/\nu$  ed  $r_s$  = uno o più parametri adimensionali di scabrezza.

D'altra parte, tenendo conto della (12.5) si ha, per la sez. circolare

$$(12.8) \quad F_1 = \zeta_0 P_0 = \gamma i (D/4) \cdot \pi D$$

Dal confronto fra le (12.7) e (12.8) segue

$$(12.9) \quad i = \frac{4 \varphi(\text{Re}, r_s)}{\pi} \cdot \frac{U^2}{g D}$$

da cui, indicando con  $\lambda = 8 \varphi / \pi = \lambda(\text{Re}, r_s)$  un coefficiente di attrito (\*) (o di resistenza), adimensionale, funzione del n° di Reynolds e della scabrezza relativa, deriva

$$(12.10) \quad i = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2g}$$

che è l'EQ.NE DEL MOTO UNIFORME nella forma di Darcy-Weisbach; tale forma è impiegata normalmente per le CONDOTTE IN PRESSIONE.

Un'equazione dello stesso tipo vale per sezioni di forma anche diversa dalla circolare. In tal caso conviene fare riferimento al raggio idraulico  $R_0 = \Omega_0 / P_0$  come lunghezza caratterizzante la sezione e scrivere l'equazione in forma esplicita nella velocità media  $U$

$$(12.11) \quad U = C \sqrt{R_0 i g} = \chi \sqrt{R_0 i}$$

L'ultima espressione è la formula di Chézy impiegata normalmente per lo studio del MOTO UNIFORME NEI CANALI.

Il coefficiente di resistenza  $C$ , adimensionale, - come il coefficiente dimensionale di Chézy  $\chi = C \sqrt{g}$  - è in generale funzione, oltre che di  $\text{Re}$  e di  $r_s$ , anche di parametri adimensionali di forma  $r_f$ .

Nel caso della sez. circolare, dalle (12.10)<sup>f</sup> e (12.11), con  $D = 4 R_0$ , deriva l'espressione formale della legge di resistenza:

$$(12.12) \quad C = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} = F(\text{Re}, r_s, r_f)$$

Per il n° di Reynolds conviene assumere, in generale, la definizione

$$(12.13) \quad \text{Re} = 4 R_0 U / \nu$$

per rispettare la coincidenza con  $UD/\nu$  nel caso di sezione circolare.

12.3 - Le leggi di resistenza nelle condotte circolari in pressione

Con questo nome sono indicate le equazioni che definiscono il coeff.

(\*)-Nella letteratura di lingua inglese é usato spesso il simbolo "f" (friction)

di attrito  $\lambda$  in funzione di Re e della scabrezza relativa.

Nel regime LAMINARE  $\lambda$  non dipende dalla scabrezza della parete ed è funzione quindi solo di Re. Dal confronto dell'eq. (12.10) con l'eq. (8.30) ricavata per il moto laminare uniforme partendo dalle eq.ni di Navier-Stokes, si ottiene

$$(12.14) \quad \lambda_{\text{lam}} = \frac{64 \mu}{\rho U D} = \frac{64}{\text{Re}} .$$

Nel regime TURBOLENTO ( $\text{Re} \gtrsim 2500$ ), sostituendo l'eq. (12.10) nella (12.5), con  $R_0 = D/4$ , si ha

$$(12.15) \quad \tau_0 = \gamma R_0 \cdot \frac{\lambda}{D} \frac{U^2}{2g} = \frac{1}{8} \rho U^2 \lambda$$

da cui, tenuto conto della posizione  $v_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$  e della relazione (12.12), segue

$$(12.16) \quad \frac{U}{v_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} = C$$

La (12.16) mostra che le leggi di resistenza si ottengono calcolando la vel. media adimensionale  $U/v_*$ , ossia mediando sulla sezione le leggi di distribuzione della velocità; in particolare, per i tubi circolari,

$$(12.17) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{U}{v_*} = \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{1}{\Omega_0} \int_{\Omega_0} \frac{v}{v_*} d\Omega$$

L'operazione  $\frac{1}{\Omega_0} \int_{\Omega_0} \dots d\Omega$  è stata eseguita nell'Appendice 5 al cap. 10 partendo dalla legge logaritmica di velocità (\*). Nel calcolo dell'integrale è sempre trascurabile l'apporto del substrato laminare aderente alla parete.

Nel caso di tubo liscio, eseguendo l'operazione (12.17) sull'eq.ne (10.33) si ottiene

$$(12.18) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A \log (\text{Re} \sqrt{\lambda}) + B_1$$

essendo  $A = a/\sqrt{8} \simeq 2,0$  e  $B_1 = -0,8$  secondo Nikuradse, per cui

$$(12.19) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \log \left( \frac{\text{Re} \sqrt{\lambda}}{2,51} \right)$$

rappresenta un'espressione della legge di resistenza di tubo liscio.

Nel caso di tubo scabro (con scabrezza definita dall'altezza  $\epsilon$  delle asperità) in regime "assolutamente turbolento", eseguendo l'operazione (12.17) sull'eq.ne (10.36) si ottiene

(\*) - Calcolando con la stessa legge di distribuzione logaritmica della velocità i coefficienti riduttori dell'energia cinetica  $\alpha$  e della quantità di moto  $\beta$  (v. eq.(5.9),(5.10) del cap. 5 ) si ottiene, tenuto conto della (12.16):

$$\underline{\alpha \simeq 1 + 3 \lambda} \quad ; \quad \underline{\beta \simeq 1 + \lambda} .$$

$$(12.20) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A \log (D/\varepsilon) + B_r$$

con lo stesso coefficiente  $A \simeq 2,0$  e con  $B_r = 1,14$  secondo Nikuradse; quindi

$$(12.21) \quad \boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \log \frac{3,71 D}{\varepsilon}}$$

è un'espressione della legge di resistenza di tubo scabro nel regime assolutamente turbolento.

Le sistematiche esperienze eseguite da Nikuradse su tubi lisci e su tubi resi "omogeneamente" scabri mediante l'applicazione, sulla parete interna, di sabbie con granulometria fissata  $\varepsilon$ , hanno consentito: a) di inquadrare il comportamento di  $\lambda$  in funzione di  $Re$  e della scabrezza relativa  $r_s$  - definita dal rapporto  $\varepsilon/D$  - in un campo molto ampio di variazione dei parametri predetti, b) di precisare i valori dei coefficienti  $A$ ,  $B_1$  e  $B_r$  delle eq.ni (12.18) e (12.20). I risultati sperimentali sono rappresentati nel diagramma:  $\log \lambda - \log Re$  della fig. 12.3 :

- nel regime turbolento di TUBO LISCIO  $\lambda$  è funzione soltanto di  $Re$  e la curva (12.19) interpola bene i punti sperimentali. Per  $Re < 10^5$ , la funzione  $\lambda = \lambda(Re)$  è ben approssimata anche dall'eq.ne di Blasius

$$(12.22) \quad \boxed{\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}} \quad (\text{ per } Re < 10^5)$$

che può essere dedotta dalla (12.17) assumendo per la distribuzione di velocità la legge di potenze  $1/7$  di Prandtl, eq. (10.42). Per  $Re \geq 10^5$  l'eq. di Blasius si raccorda bene con l'eq.ne empirica di Nikuradse

$$(12.23) \quad \lambda = 0,0032 + 0,221 Re^{-0,237} \quad (\text{ per } Re \geq 10^5)$$

Della curva dei tubi lisci, rappresentata nel diagramma di fig. 12.3 con la indicazione  $\varepsilon = 0$ , esistono anche altre equazioni rappresentative.

- per i TUBI SCABRI, l'andamento di  $\lambda$  in funzione di  $Re$  è rappresentato, per valori  $r_s = \varepsilon/D = \text{cost}$ , dalle curve interpolari della fig. 12.3 .

Per bassi valori di  $Re$ , fino ad un limite che è tanto più alto quanto minore è la scabrezza relativa, il comportamento è quello di "tubo liscio" perchè le asperità della parete restano sommerse nel film laminare. Con il crescere di  $Re$  diminuisce lo spessore  $\delta$  del substrato laminare secondo l'eq.ne  $v_* \delta / \nu = N_*$ , ossia secondo la

$$(12.24) \quad \frac{\delta}{D} = N_* \frac{\nu}{U D} \cdot \frac{U}{v_*} = \frac{N_* \sqrt{8}}{Re \sqrt{\lambda}} \simeq \frac{33}{Re \sqrt{\lambda}}$$

tenuto conto della (12.16) e avendo assunto  $N_* = 11,6$  .

Quando lo spessore  $\delta$  diventa comparabile con l'altezza  $\varepsilon$  delle asperità ( $\delta$  circa il doppio di  $\varepsilon$ ), la scabrezza comincia ad influire direttamente sul nucleo turbolento ed ha inizio un regime "intermedio", o di transizione, nel quale  $\lambda$  dipende sia da  $Re$ , sia da  $\varepsilon/D$ ; poi con il crescere ulteriormente di  $Re$ , si raggiunge il regime "assolutamente turbolento" dove  $\lambda$

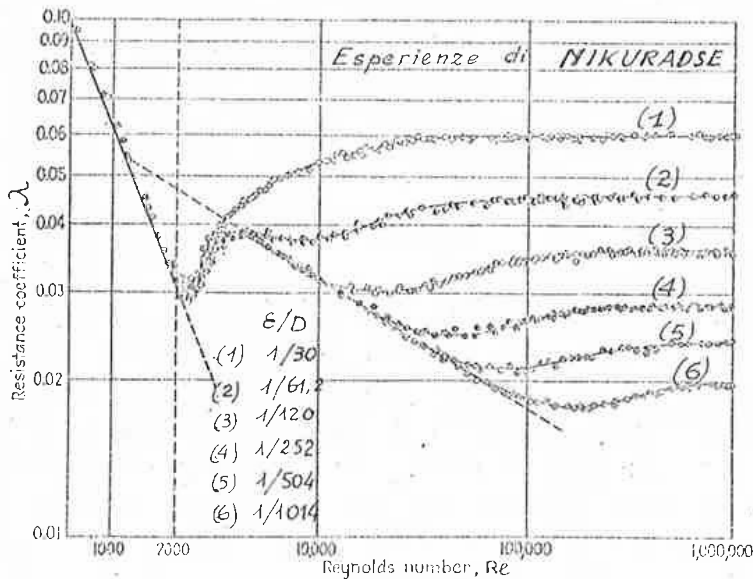


Fig. 12.3

è funzione solo della scabrezza relativa. Le curve  $\epsilon/D = \text{cost}$ , nel diagramma della fig. 12.3, dopo il distacco dalla curva dei tubi lisci, raggiungono un minimo, si rialzano un poco, e infine diventano rette parallele alle ascisse ( $\lambda = \text{cost}$ ) nel campo del moto assolutamente turbolento.

#### 12.4 - Le leggi di resistenza per i tubi commerciali

Il regime turbolento "di transizione" fra il regime di "tubo liscio" e quello "assolutamente turbolento" è il più difficile da interpretare, perchè in esso influiscono entrambi i numeri  $Re$  ed  $r_s$ .

Le esperienze su tubi dotati di scabrezza naturale, "eterogenea", come i tubi commerciali di ghisa, di acciaio, di cemento, ecc....., hanno messo in evidenza un comportamento di  $\lambda$  in funzione di  $Re$ , ad  $r_s = \text{cost}$ , diverso da quello dei tubi omogeneamente scabri (esp. di Nikuradse)<sup>S</sup>, come si può osservare indicativamente nel diagramma della fig. 12.4.

La differenza si giustifica con il fatto che, nei tubi commerciali, le asperità hanno altezze variabili entro un certo spettro e quindi esse influiscono sul nucleo turbolento, con qualche punta, anche per bassi  $Re$ , intervenendo gradualmente sempre più, con il crescere dello stesso numero, fino a raggiungere asintoticamente la condizione di  $\lambda$  indipendente da  $Re$  (reg. ass. turbolento). In quest'ultimo regime, confrontando i valori di  $\lambda$  dei tubi commerciali con quelli di Nikuradse, è possibile definire la scabrezza assoluta dei diversi tipi di parete con l'altezza  $\epsilon$  equivalente di sabbia.

COLEBROOK, per interpretare le osservazioni sperimentali sui tubi commerciali, ha proposto la seguente formula semi-empirica

$$(12.25) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \log \left( \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\epsilon}{3,71 D} \right)$$

Essa si riduce alla (12.19) se  $\varepsilon/D \rightarrow 0$  (tubo liscio) e alla (12.21) se  $Re$  ha valori abbastanza elevati da rendere trascurabile il I° termine fra parentesi rispetto al II° (regime ass.turb.).

In un diagramma bilogarithmico ( $\lambda, Re$ ) MOODY ha rappresentato un fascio di curve  $\varepsilon/D =$

$= \text{cost}$  secondo l'eq. (12.25). Con l'impiego di tale diagramma e di una scala di scabrezza che definisce i valori di  $\varepsilon$  in relazione alla natura della parete (V. tabella e diagramma a parte) è immediato il calcolo del coeff. di attrito  $\lambda$  per assegnate condizioni.

Semplificazioni della (12.25) sono state proposte da diversi AA. Per tubi con modesta scabrezza -  $Re \sqrt{\lambda_0} (\varepsilon/D) \leq 20 \cdot 25$  - è conveniente la seguente eq. di SUPINO

$$(12.26) \quad \lambda = \lambda_0 + 0,17 Re \cdot \lambda_0^2 (\varepsilon/D)$$

dove  $\lambda_0 =$  valore di  $\lambda$  nel tubo liscio, a parità di  $Re$ .

**12.5 - Problemi di moto uniforme.** Il problema di verifica è di soluzione immediata. Note le caratteristiche del fluido  $\rho, \mu$ , del moto  $U$  (o  $Q$ ), della condotta  $L, D, \varepsilon$ ; si calcolano  $Re$  ed  $\varepsilon/D$ . In funzione di questi  $n^i$  si determina  $\lambda$  con la formula di Colebrook, o meglio con il diagramma di Moody (od altri analoghi). La perdita di carico piezometrico, sulla lunghezza  $L$ , vale

$$(12.27) \quad \Delta h = \left( z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \right) - \left( z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \right) = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2g} L$$

Per il problema di progetto, si procede calcolando  $\lambda$  in base ad un valore prefissato di  $D$ , e verificando poi che il diametro che si ottiene risolvendo l'eq. (12.27) corrisponda al valore prima scelto. Generalmente è sufficiente ripetere una sola volta il tentativo, perchè la scelta del diametro dev'essere fatta fra i valori disponibili di serie.

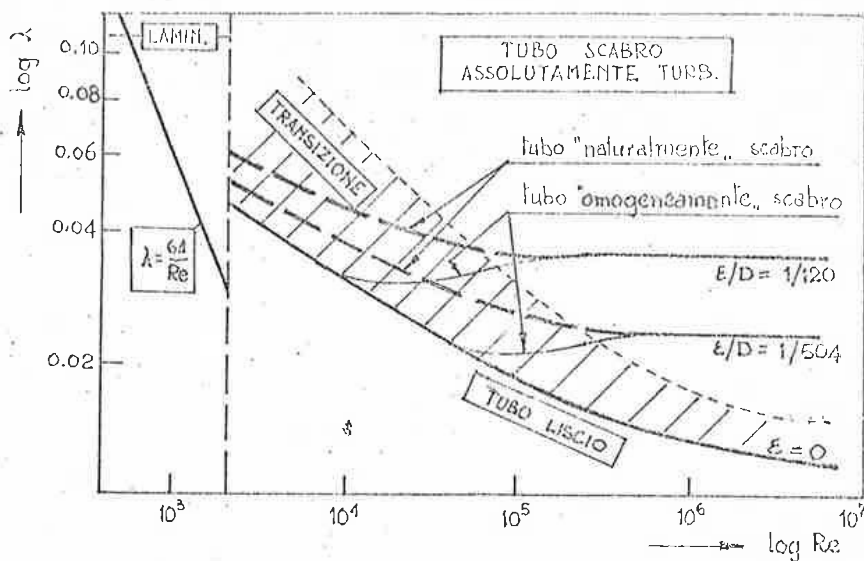


Fig. 12.4

12.6 - Formule pratiche: moto uniforme dell'acqua nelle condotte circolari

In alcune applicazioni tecniche, particolarmente nel calcolo degli acquedotti, si preferisce mettere in evidenza, nell'eq.ne del moto uniforme (12.10), la portata  $Q = \Omega_p U$  e si usa spesso un coefficiente dimensionale  $\beta_r$  in luogo di  $\lambda$  :

$$(12.28) \quad \boxed{i = \beta_r \frac{Q^2}{D^5}}$$

con

$$(12.29) \quad \beta_r = 8 \lambda / g \pi^2 = 0,0827 \lambda \text{ (m}^{-1} \text{s}^2\text{)}$$

Prima che fosse approfondita l'indagine sulla dipendenza di  $\lambda$  (e quindi anche di  $\beta_r$ ) dal n° di Reynolds e dalla scabrezza relativa, diversi sperimentatori avevano suggerito formule pratiche, di carattere empirico, per il calcolo di  $\beta_r$  in funzione soltanto con la natura della parete. Le più significative sono quelle che derivano dalle formule consigliate per i canali (V. cap. 14) e la loro validità è in genere limitata al regime assolutamente turbolento. Fra le più note

	BAZIN	$\beta_r = 0,000857 (1 + 2n/\sqrt{D})^2$
(1230)	KUTTER	$\beta_r = 0,000649 (1 + 2m/\sqrt{D})^2$
	GAUCKLER-STRICKLER	$\beta_r = 10,33 / k^2 D^{1/3}$

I coeff.  $\underline{n}$  (Bazin),  $\underline{m}$  (Kutter) e  $\underline{k}$  (Strickler) sono parametri dimensionali dati mediante opportune scale di scabrezza (V. tabella a parte).

Una formula, precedente anche alle (12.30), e valida per soli tubi di ghisa è quella di

$$(12.31) \quad \text{DARCY} \quad \beta_r = 0,00164 + 0,000042/D \quad (D \text{ in m})$$

spesso impiegata nel calcolo degli acquedotti assumendo il valore raddoppiato del coeff.  $\beta_r$  per tener conto dell'invecchiamento e delle incrostazioni della condotta.

12.7 - Moto permanente di gas e vapori nelle condotte circolari

Essendo generalmente modeste le variazioni di velocità che può subire un fluido comprimibile nel moto permanente entro una condotta cilindrica, la perdita di carico piezometrico si può ritenere ancora pari a quella di carico effettivo ed assumere come eq.ne del moto (permanente, ma non uniforme) la (12.10)

$$(12.32) \quad - \frac{dH}{ds} = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2g} \approx - \frac{dh}{ds}$$

con  $\lambda$  funzione di  $\varepsilon/D$  e di  $Re = \rho UD/\mu = \frac{Q}{m} D/\mu \Omega_p$  secondo le relazio-



ni già viste. L'eq.ne di continuità diventa

$$(12.33) \quad Q_m = \varrho Q = \varrho \Omega_0 U = \text{cost.}$$

Considerato che il carico piezometrico per fluidi comprimibili, con comportamento barotropico, vale  $h = z + \int dp/\gamma$ , e che ordinariamente le variazioni di quota sono trascurabili in confronto alle variazioni dell'altezza rappresentatrice della pressione, segue

$$(12.34) \quad \frac{dh}{ds} = \frac{dz}{ds} + \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{ds} \approx \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{ds}.$$

Sostituendo le (12.33) e (12.34) nella (12.32) si ottiene

$$(12.35) \quad -\frac{dp}{ds} = \frac{\lambda}{2D} \cdot \frac{Q_m^2}{\varrho \Omega_0^2}.$$

La (12.35) si può integrare conoscendo la legge di trasformazione  $\varrho = \varrho(p)$ . Ad esempio, nel caso di moto isotermico - caso normale nelle lunghe condotte - si ha:  $p/\varrho = p_0/\varrho_0$ . Dalla (12.35), integrata fra due sez. 1 e 2 distanti L, deriva l'eq.ne

$$(12.36) \quad p_1^2 - p_2^2 = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{p_0 Q_m^2}{\varrho_0 \Omega_0^2} L,$$

che consente il calcolo della perdita di pressione per il deflusso di una assegnata portata massica  $Q_m$  in una condotta di caratteristiche note.

#### 12.8 - Condotte con variazioni graduali di sezione

Le perdite di carico effettivo dovute alle resistenze sul contorno, se le variazioni sono sufficientemente graduali (soprattutto nel caso di un allargamento), si valutano con espressioni formalmente identiche a quelle del moto in condotte cilindriche con riferimento ai valori della velocità e del diametro dati sezione per sezione. Ad es., nel caso di f. incomprimibile, le equazioni sono

$$(12.37) \quad Q = \Omega U = \text{cost}$$

$$(12.38) \quad -\frac{dH}{ds} = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2g} = \frac{8\lambda}{g\pi^2} \frac{Q^2}{[D(s)]^5}$$

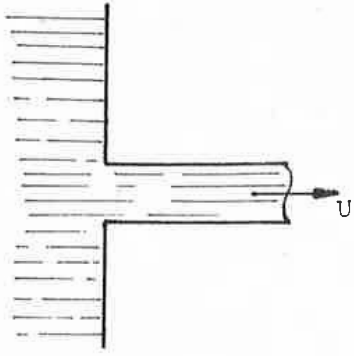
diverso da  $i = -dh/ds$ , perchè l'altezza  $U^2/2g$  varia lungo la condotta; ossia le linee dei carichi piezometrici e dei carichi effettivi non sono parallele (la (12.38) esprime sempre la dissipazione per attrito dell'energia "totale", relativamente all'unità di peso e all'unità di lunghezza).

#### 12.9 - Variazioni brusche di sezione e di direzione

Gli allargamenti e i restringimenti bruschi, le curve, le saracinesche, le valvole, ecc.. provocano perdite localizzate  $\Delta H$  di carico effettivo che si esprimono con formule del tipo

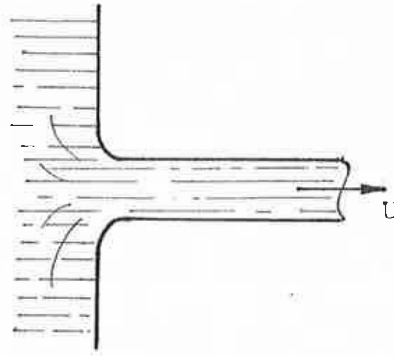
$$(12.39) \quad \Delta H = \xi (U^2/2g)$$

a) Imbocco di una condotta da un serbatoio



$$\Delta H = 0,5 \frac{U^2}{2g}$$

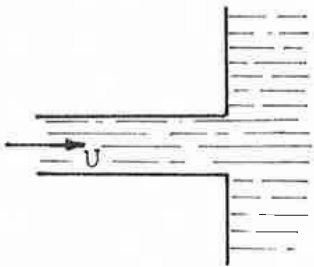
$$\xi = 0,5$$



$$\Delta H \approx 0,1 \frac{U^2}{2g}$$

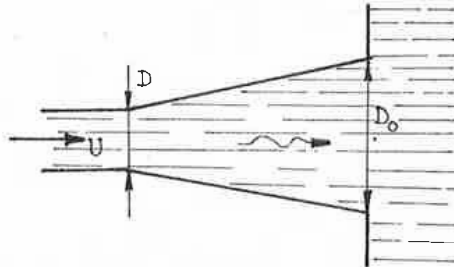
$$\xi \approx 0,1$$

b) Sbocco di una condotta in un serbatoio



$$\Delta H = \frac{U^2}{2g}$$

$$\xi = 1,0$$



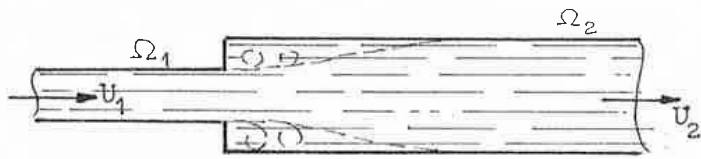
$$\Delta H = (0,5 + 0,1) \frac{U^2}{2g}$$

$$\xi = 0,5 + 0,1$$

per rapp.  $D_0/D =$

$$= 1,5 + 3,0$$

c) Allargamento di sezione



$$\Delta H = \alpha \frac{(U_1 - U_2)^2}{2g} = \xi_1 \frac{U_1^2}{2g}$$

$$\xi_1 = \alpha \left(1 - \frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right)^2$$

( $\alpha$  compreso fra 1,0 e 1,1 per  $\Omega_1/\Omega_2$  variabile fra 0 e 1)

d) Restringimento di sezione



$$\Delta H = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 \frac{U_2^2}{2g}$$

$$\xi_2 = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2$$

$\Omega_2/\Omega_1 =$  0,1    0,2    0,3    0,4    0,5    0,6    0,7    0,8    0,9    1,0

$C_c$         = 0,624   0,632   0,643   0,659   0,681   0,712   0,755   0,813   0,892   1,00

Per altri valori delle perdite si rimanda ai "Manuali" specializzati.  
Le perdite localizzate possono eventualmente essere messe in conto come perdite distribuite, mediante un opportuno allungamento della tubazione:

$$(12.40) \quad \Delta H_{\text{tot}} = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2g} L + \sum_i \xi_i \frac{U^2}{2g} = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2g} L_e$$

$$(12.41) \text{ dove } L_e = L + \sum_i \xi_i D/\lambda$$

è la lunghezza equivalente della condotta.

### 12.10 - Variazioni graduali di portata (erogazione lungo il percorso)

L'equazione del moto è sempre la (12.38) (\*) nella quale conviene però mettere in evidenza la portata  $Q$

$$(12.42) \quad -\frac{dH}{ds} = \frac{8\lambda}{g\pi^2} \cdot \frac{Q^2}{D^5} = \beta_r \frac{Q^2}{D^5}$$

L'eq. (12.42) si integra quando è nota la legge di variazione della portata con l'ascissa  $s$ . Per una variazione lineare su una condotta rettilinea, assumendo  $x = 0$  all'estremità di valle (dove la portata vale  $Q_0$ ; V.fig. 12.5) e il verso positivo contrario a quello del moto, si ha

$$Q = Q_0 + q x$$

con  $q$  = portata distribuita per unità di lunghezza.

Dalla (12.42), posto  $P = qL$ , si ottiene

$$(12.43) \quad H - H_0 = \frac{\beta_r L}{D^5} \left( Q_0^2 + Q_0 P + \frac{P^2}{3} \right) \\ \approx \frac{\beta_r L}{D^5} \left( Q_0 + 0,55 P \right)^2$$

La perdita di carico, nel caso di sola portata distribuita lungo la condotta ( $Q_0 = 0$ ), è  $1/3$  della perdita che corrisponderebbe alla stessa portata defluente tutta alla estremità. Nella stessa situazione la linea dei carichi piezometrici raggiunge la minima quota non all'estremità di valle della condotta ma in una sezione a monte situata alla distanza  $2D/\lambda$ . Nell'ultimo tratto il carico piezometrico è crescente nel senso del moto.

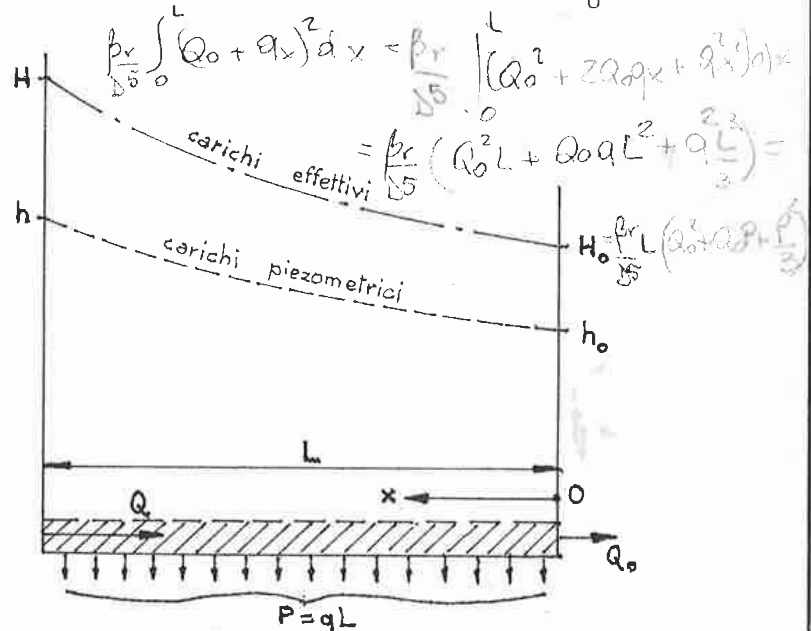


Fig. 12.5

(\*) - La validità della (12.38) presuppone la conservazione, nella direzione del moto, della componente della Q.d.M. della portata uscente.